**Формула коренів квадратного рівняння**

Виведемо формулу, яка дає змогу за коефіцієнтами *a, b* і *c* квадратного рівняння *ax*2 + *bx + c* = 0 знаходити його корені. Маємо:

*ax*2 + *bx + c* = 0. (1)

Оскільки *а* ≠ 0, то помноживши обидві частити цього рівняння на 4а, отримаємо рівняння, рівносильне даному:

*4a2x*2 + 4*аbx + 4аc* = 0.

Виділимо в лівій частині цього рівняння квадрат двочлена:

*4a2x*2 + 4*аbx +b2 – b2 - 4аc* = 0;

(2*ax* + *b*)2 = *b*2 – 4*ac*. (2)

Існування коренів рівняння (2) та їх кількість залежить від знака виразу *b*2 –4*ac.* Цей вираз називають ***дискримінантом квадратного рівняння*** *ax*2 + *bx + c* = 0 і позначають буквою *D*, тобто *D* = *b*2 –4*ac.*

Тепер рівняння (2) можна записати так:

(2*ax* + *b*)2 = *D.*  (3)

Можливі три випадки: *D <* 0*, D =* 0*, D >* 0*.*

* якщо *D <* 0, то квадратне рівняння коренів не має;
* якщо *D =* 0, то квадратне рівняння має корінь $x=-\frac{b}{2a}$;
* якщо *D =* 0, то квадратне рівняння має корінь

$x\_{1}=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$, $x\_{2}=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

Для останнього випадку застосовують коротку форму запису:

$$x\_{}=\frac{-b\pm \sqrt{D}}{2a}$$

Цей запис називають формулою коренів квадратного рівняння *ax*2 + *bx + c* = 0.

**Приклад 1.** Розв’яжіть рівняння:

3*x*2 – 2*x* – 16 = 0.

*Розв’язання*

Для даного рівняння *а* = 3, *b* = -2, *с* = -16.

Дискримінант рівняння *D* = *b*2 – 4*ac* = (-2)2 – 4 · 3 · (-16) = 4 + 192 = 196.

Отже, $x\_{1}=\frac{2-\sqrt{196}}{6}=\frac{2-14}{6}=-2$, $x\_{2}=\frac{2+14}{6}=\frac{8}{6}=2\frac{2}{3}$.

Відповідь: -2, $2\frac{2}{3}$.

**Приклад 2**. Розв’яжіть рівняння:

*x*2 + 6$\sqrt{x^{2}}$ - 16 = 0.

*Розв’язання*

Маємо: *x*2 + 6|*x*| - 16 = 0.

При $x\geq 0$ отримуємо рівняння *x*2 + 6*x* - 16 = 0 , яке має корені -8 та 2, проте корінь -8 не задовольняє умову $x\geq 0$.

При *x*< 0 отримуємо рівняння *x*2 - 6*x* - 16 = 0, яке має корені -2 та 8, але корінь 8 не задовольняє умову *x*< 0.

Відповідь: -2; 2.

**№ 619**. Знайдіть корені рівняння:

1. (2*x* - 5)(*x* + 2) = 18;
2. (4*x* - 3)2 + (3*x* - 1) (3*x* + 1) = 9.

*Розв’язання*

1) розкриємо дужки і зведемо подібні доданки, отримаємо:

2*x*2 – *x* – 10 = 18,

Прирівняємо рівняння до нуля: 2*x*2 – *x* – 28 = 0,

Дискримінант рівняння *D* = *b*2 – 4*ac* = (-1)2 – 4 · 2 · (-28) = 1 + 224 = 225.

Отже, $x\_{1}=\frac{1+\sqrt{225}}{4}=\frac{1+15}{4}=4$, $x\_{2}=\frac{1-15}{4}=\frac{-14}{4}=-3\frac{1}{2}$.

Відповідь: 4, $-3\frac{1}{2}$.

2) після застосування формул скороченого множення отримаємо:

16*x*2 – 24*x* + 9 + 9*x*2 – 1 = 9.

Прирівняємо рівняння до нуля: 25*x*2 – 24 *x* – 1 = 0,

Дискримінант рівняння *D* = *b*2 – 4*ac* = (-24)2 – 4 · 25 · (-1) = 576 + 100 = 676.

Отже, $x\_{1}=\frac{24+\sqrt{676}}{50}=\frac{24+26}{50}=1$, $x\_{2}=\frac{24-26}{50}=\frac{-2}{50}=-0,04$.

Відповідь: 1; -0,04.

**№ 626**. Розв’яжіть рівняння:

1. *2x*2 +*х* $\sqrt{5}$ – 15 = 0.

*Розв’язання*

Дискримінант рівняння *D* = *b*2 – 4*ac* = ($\sqrt{5}$)2 – 4 · 2 · (-15) = 5 + 120 = 125.

Отже, $x\_{1}=\frac{-\sqrt{5}+\sqrt{125}}{4}=\frac{-\sqrt{5}+5\sqrt{5}}{4}=\sqrt{5}$, $x\_{2}=\frac{-\sqrt{5}-\sqrt{125}}{4}=\frac{-\sqrt{5}-5\sqrt{5}}{4}=-1,5\sqrt{5}$.

Відповідь: $\sqrt{5}$, $-1,5\sqrt{5}$.

**Домашнє завдання**:

§3, п. 18 вивчити, виконати № 616 (1-6), № 627 (1).